



Title: Controlador global de estructura variable para un robot manipulador de / grados de libertad con articulaciones rotacionales y flexible

Author: Alejandro, PEREZ-GARCIA, Carlos Alberto, CHÁVEZ-GUZMÁN, Jose Jaime, ESQUEDA-ELIZONDO, Jovan Oseas, MÉRIDA-RUBIO

Editorial label ECORFAN: 607-8534

BCIERMMI Control Number: 2018-03

BCIERMMI Classification (2018): 251018-0301

Pages: 31

RNA: 03-2010-032610115700-14

ECORFAN-México, S.C.

244 – 2 Itzopan Street

La Florida, Ecatepec Municipality

Mexico State, 55120 Zipcode

Phone: +52 | 55 6159 2296

Skype: ecorfan-mexico.s.c.

E-mail: contacto@ecorfan.org

Facebook: ECORFAN-México S. C.

Twitter: @EcorfanC

www.ecorfan.org

Holdings

Mexico	Colombia	Guatemala
Bolivia	Cameroon	Democratic Republic
Spain	El Salvador	Republic of Congo
Ecuador	Taiwan	
Peru	Paraguay	Nicaragua



Contenido de la presentación

- Planteamiento del problema
- Metodología
- Simulación
- Resultados
- Conclusiones
- Referencias



Planteamiento del Problema.

Un robot manipulador con uniones flexibles de l grados de libertad (gdl) se define por las siguientes ecuaciones diferenciales (Spong y Vidyasagar, 1989):

$$\left. \begin{aligned} M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + K(q - \theta) + w_u &= \mathbf{0}, \\ J\ddot{\theta} - K(q - \theta) &= \tau + w_m, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

donde $q(t)$, $\dot{q}(t)$, $\theta(t) \in \mathbb{R}^l$, $M(q)$, $C(q, \dot{q}), K, J \in \mathbb{R}^{l \times l}$, $g(q), \tau(t), w_u(t), w_m \in \mathbb{R}^l$.



Objetivo de control (Problema de seguimiento de trayectoria)

Diseñar un sistema de control para el robot manipulador con uniones flexibles (1) que asegure que el error de seguimiento sea cero

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|q(t) - q_d(t)\| = 0, \quad (2)$$

donde $q_d(t) \in \mathbb{R}^l$.



Para obtener la representación en espacio de estados considerar lo siguiente:

- Realizar cambios de variables

$$\begin{aligned}x_1 &= q(t) - q_d(t), & x_2 &= \dot{q}(t) - \dot{q}_d(t), \\x_3 &= \theta(t) - \theta_d(t) - \eta, & x_4 &= \dot{\theta}(t) - \dot{\theta}_d(t) - \dot{\eta}.\end{aligned}\quad (3)$$

-Considerar la estructura de control

$$\begin{aligned}\eta(t) &= K^{-1}[M(q_d)\ddot{q}_d + C(q_d, \dot{q}_d)\dot{q}_d + g(q_d)] + q_d - \theta_d - K_{p1}x_1 - K_{d1}x_2 \\ \tau(t) &= J(\ddot{\eta} + \ddot{\theta}_d) - K(x_1 + q_d - \eta - \theta_d) - K_{p2}x_3 - K_{d2}x_4 + u.\end{aligned}\quad (4)$$



Representación del sistema en lazo cerrado (1) con (3) y (4)

$$\dot{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_2 \\ x_\psi \\ x_4 \\ J^{-1}[-K_{p2}x_3 - K_{d2}x_4] \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}(\mathbf{x},t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ J^{-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{g}_2(\mathbf{x},t)} u + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ J^{-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{g}_2(\mathbf{x},t)} w_m + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ M(x_1 + q_d)^{-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{g}_2^\perp(\mathbf{x},t)} w_u \quad (5)$$

Con

$$x_\psi = M(x_1 + q_d)^{-1}[-h(\mathbf{x}, t) - C(x_1 + q_d, x_2 + \dot{q}_d)x_2 - (K + K_{p1})x_1 -$$



Se asume que el sistema (5) satisface la siguiente suposición

Suposición 1. Sea el $\text{rango}(g_2(x, t)) = m$ para toda $(x, t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+$.

Si la suposición anterior se cumple entonces se propone la ley de control global de estructura variable para el sistema (5) de la forma



Entonces el Controlador Global de Estructura Variable (CGEV)

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_s(t) + \mathbf{u}_1(t), \quad (6)$$

donde

$\mathbf{u}_s(t)$ es el control \mathcal{H}_∞ no lineal

$\mathbf{u}_1(t)$ es el control por modo deslizando integral



Metodología – Diseño del CGEV.

Diseño del control por modo deslizante integral ($u(t) = u_s(t) + u_1(t)$)

Considérese la siguiente superficie de deslizamiento para el sistema perturbado (5)

$$s(x, t) = D \left((x(t) - x(t_0)) - \int_{t_0}^t (f(x_s, t) + g_2(x_s, t)u_s) dt \right), \quad (7)$$

donde $D \in \mathbb{R}^{m \times n}$ y $x_s(t) \in \mathbb{R}^n$.



Se asume que la superficie deslizante (7) satisface la siguiente suposición

Suposición 2. Sea $Dg_2(x, t)$ uniformemente invertible para toda $(x, t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+$.

Si la suposición 2 se satisface, entonces el control por modo deslizante integral es de la forma



El control por modo deslizante integral es de la forma

$$\mathbf{u}_1(t) = -\Gamma \mathbf{Sign}(s(x, t)), \quad (8)$$

donde $\mathbf{Sign}(s(x, t)) = [\text{sign}(s_1), \text{sign}(s_2), \dots, \text{sign}(s_m)]^T$, y la función signo se define de la forma:

$$\text{sign}(s_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } s_i > 0 \\ 0 & \text{si } s_i = 0, \\ -1 & \text{si } s_i < 0 \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$



Respecto a la ganancia del control por modo deslizante integral esta sujeta a:

$$\Gamma > W_m^+ + \frac{\|g_2^\perp(x,t)\|}{\|g_2(x,t)\|} W_u^+, \quad (9)$$

donde W_m^+ y W_u^+ son constantes que se conocen a *priori*.



Control Equivalente

El control equivalente u_{1eq} se obtiene al hacer que $s(x, t) = \dot{s}(x, t) = 0$, es decir

$$\dot{s}(x, t) = Dg_2(x, t)(u_1 + w_m) + Dg_2^\perp(x, t)w_u = 0.$$

Al despegar $u_1 \rightarrow u_{1eq}$ y sustituir en (5) se obtiene el siguiente sistema en el modo deslizante

$$\dot{x}_s = f(x_s, t) + g_2(x_s, t)u_s + \left(I - g_2(x_s, t)(Dg_2(x_s, t))^{-1}D \right) g_2^\perp(x_s, t)w_u \quad (10)$$

donde $x_s \in \mathcal{S} = \{x \in \mathbb{R}^n : s(x, t) = 0\}$ e $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz identidad.



Diseño del control \mathcal{H}_∞ no lineal ($u(t) = \mathbf{u}_s(t) + u_1(t)$)

Una vez que las trayectorias están en el dominio de \mathcal{S} , entonces el sistema (5) toma la forma

$$\dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{f}(\mathbf{x}_s, t) + \mathbf{g}_2(\mathbf{x}_s, t)\mathbf{u}_s + \underbrace{\left(\mathbf{I} - \mathbf{g}_2(\mathbf{x}_s, t)(\mathbf{D}\mathbf{g}_2(\mathbf{x}_s, t))^{-1}\mathbf{D} \right) \mathbf{g}_2^\perp(\mathbf{x}_s, t) \mathbf{w}_u}_{\mathbf{g}_3(\mathbf{x}_s, t)} \quad (11)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_s, t) + \mathbf{k}_{12}(\mathbf{x}_s, t)\mathbf{u}_s,$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_s, t),$$

donde $\mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^s$, $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^n$.



sustituyendo $D = [0, 0, 0, J]$ en (11) entonces la representación en la superficie deslizante se reduce a la forma:

$$\dot{x}_s = f(x_s, t) + g_2(x_s, t)u_s + g_2^\perp(x_s, t)w_u$$
$$z = \rho \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \tanh(x_{s1}) \\ x_{s2} \\ \tanh(x_{s3}) \\ x_{s4} \end{bmatrix}}_{h_1} + \underbrace{\begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}}_{K_{12}} u_s$$
$$y = \underbrace{x_s}_{h_2}$$

(12)

ρ es una constante positiva y $\tanh(x_{si}), i = 1, 3$, es la función tangente hiperbólica.



Se asume que el sistema (12) satisface las siguientes suposiciones:

Suposición 3. Las funciones f, g_2, g_3, h_1, h_2 y k_{12} se suponen continuas en t , continuamente diferenciales en x_s y de dimensiones apropiadas.

Suposición 4. Sea $f(0, t) = 0, h_1(0, t) = 0,$ y $h_2(0, t) = 0$ para toda $t \geq 0$.

Suposición 5. Sea $h_1^T k_{12} = 0, k_{12}^T k_{12} = I$ se debe satisfacer para toda $(x_s, t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+$.



Hipótesis 1 (Orlov, 2014) Si existe una función definida positiva $F(x_s, t)$ y una función suave y definida positiva $V(x_s, t)$ tal que la desigualdad de Hamilton-Jacobi-Isaacs se satisfaga

$$\frac{\partial V(x_s, t)}{\partial t} + \frac{\partial V(x_s, t)}{\partial x_s} f(x_s, t) + \gamma^2 \alpha_1^T(x_s, t) \alpha_1(x_s, t) - \alpha_2^T(x_s, t) \alpha_2(x_s, t) + h_1^T(x_s, t) h_1(x_s, t) + F(x_s, t) \leq 0 \quad (13)$$

Con $\gamma > 0$ y

$$\alpha_1(x_s, t) = \frac{1}{2\gamma^2} g_3^T(x_s, t) \left(\frac{\partial V(x_s, t)}{\partial x_s} \right)^T$$
$$\alpha_2(x_s, t) = -\frac{1}{2} g_2^T(x_s, t) \left(\frac{\partial V(x_s, t)}{\partial x_s} \right)^T$$



Teorema 1 (Orlov, 2014). Asúmase que la hipótesis 1 es válida, entonces una solución al problema del control \mathcal{H}_∞ es dado para el sistema en lazo cerrado (12) a través de la ley de control por retroalimentación de estados

$$\mathbf{u}_s(t) = \alpha_2(\mathbf{x}_s, t) \quad (14)$$



Teorema 2. Las suposiciones 3-5 y la hipótesis 1 satisfechas bajo las siguientes funciones para un robot manipulador de / gdl con articulaciones flexibles(Miranda, Chavez y Aguilar, 2017)

(15)

$$V(x_s, t) = \frac{1}{2} x_{s1}^T (K + K K_{p1}) x_{s1} + \frac{1}{2} x_{s2}^T M(x_{s1} + q_d) x_2 + \beta \tanh(x_{s1})^T M(x_{s1} +$$



El teorema 2 proporciona el control \mathcal{H}_∞ no lineal para el sistema (12) de la forma

$$\mathbf{u}_s(t) = \boldsymbol{\alpha}_2(\mathbf{x}_s, t) = -\frac{1}{2}[\boldsymbol{\gamma} \tanh(\mathbf{x}_{s3}) + \mathbf{x}_{s4}] \quad (17)$$



Simulación

Caso de estudio: Problema de seguimiento de trayectorias para un robot con uniones flexibles de un grado de libertad



Problema de seguimiento de trayectorias para un robot con uniones flexibles de un grado de libertad

$$\begin{aligned} m\ddot{q} + g \sin(q) + K(q - \theta) &= w_u \\ J\ddot{\theta} - K(q - \theta) &= \tau + w_m \end{aligned} \tag{18}$$

Descripción	Notación	Valor	Unidad
Masa de la articulación	m	1.0001	Kg
Constante de rigidez	K	100	Nm/rad
Momento de Inercia del motor	J	0.02	Kg m
Constante gravitacional	g	9.81	m/s

Tabla 1 *Parámetros del péndulo de un grado de libertad*



Parámetros	Valor
γ	7
ϵ	0.01
ρ	0.1
β	8
K_{h2}	44.7747
K'	10.791
K_g	10.791
K_{p1}	5.1
K_{p2}	3.73
K_{d1}	0.09
K_{d2}	0.18
Γ	5

Tabla 2 *Parámetros del CGEV*



Las señales de referencias deseadas se definen como:

$$q_d(t) = \pi \sin(1.885t)$$

$$\theta_d(t) = q_d(t) + K^{-1}g \sin(q_d)$$

y la condición inicial es colocada en

$$x(0) = \left[\frac{1}{2}\pi, 0, \frac{1}{2}\pi, 0 \right]^T$$

por último el sistema es perturbado con

$$w_m(t) = \pi \sin(10\pi t) \text{ y } w_u(t) = \pi \cos(20\pi t).$$

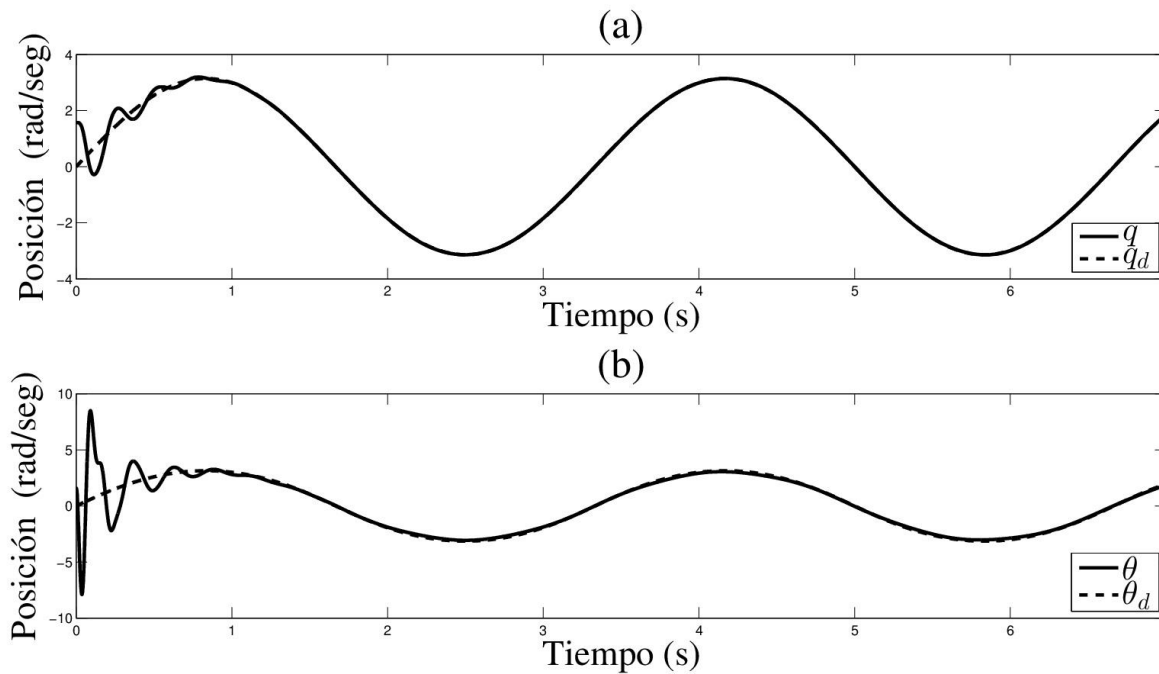


Figura 1 Rendimiento del sistema en lazo cerrado (14) y (18), (a) Posición articular y posición deseada, (b) Posición del actuador y posición del actuador deseada

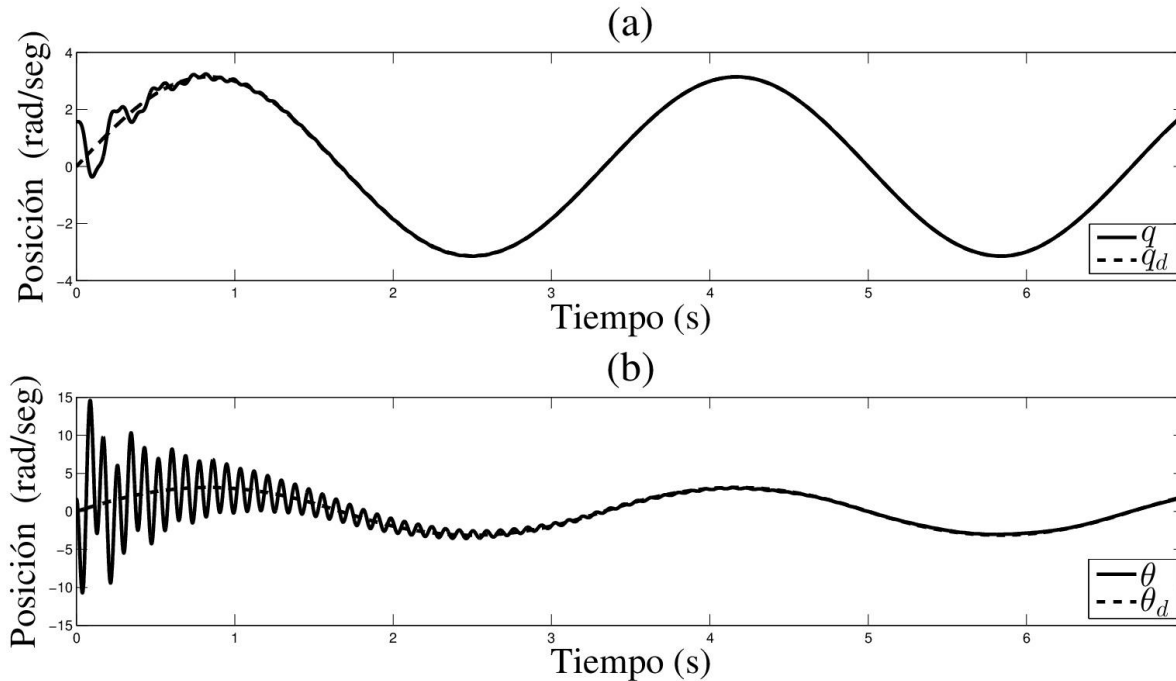


Figura 2 Rendimiento del sistema en lazo cerrado (14) y (18) sin el control \mathcal{H}_∞ no lineal, (a) Posición articular y posición deseada, (b) Posición del actuador y posición del actuador deseada.



Resultados

- Se obtiene el control CGEV para un robot manipulador de l grados de libertad con articulaciones rotacionales y con el efecto de elasticidad en presencia de perturbaciones acopladas y no acopladas
- Se presenta el teorema 2 que da solución al control \mathcal{H}_∞ no lineal que forma parte del CGEV
- Se analiza en simulación el control propuesto en un péndulo de un grado de libertad con la articulación rotacional y flexible y en presencia de perturbaciones acopladas y no acopladas
- El rendimiento del sistema en lazo cerrado se presenta en las figuras 1 y 2



Continua Resultados

- En la figura 1 se presenta un subamortiguado resultado del efecto de elasticidad en la articulación y de las perturbaciones acopladas y no acopladas a las que fue expuesto el sistema, tal efecto y las perturbaciones fueron atenuadas con forme el tiempo tiende al infinito
- En la figura 2 se presenta un subamortiguamiento muy marcado en la posición del actuador, esto se debe a que fue eliminado el controlador \mathcal{H}_∞ no lineal del CGEV, y los efectos de la perturbación no acoplada tardan un poco mas en ser atenuadas por el control



Conclusiones

Se propuso un CGEV compuesto por el control por modo deslizante integral y el control \mathcal{H}_∞ no lineal para sistemas no lineales, subactuados y no autónomos en presencia de perturbaciones acopladas y no acopladas, se validó la teoría con el problema de regulación de movimiento para un robot manipulador de l grados de libertad con uniones rotacionales y con el efecto de elasticidad en cada una de ellas. En la estructura de control propuesta, el control por modo deslizante integral mantiene la trayectoria del sistema en lazo cerrado dentro del modo deslizante y rechaza las perturbaciones acopladas y el control \mathcal{H}_∞ en el modo deslizante atenúa las perturbaciones no acopladas.



Referencias

A. Isidori y A. Astolfi (1992), Disturbance attenuation and \mathcal{H}_∞ -control via measurement feedback in nonlinear systems, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 37, No. 9, pp. 1283_1293.

E. Rivin (1985), Effective Rigidity of Robot Structures: Analysis and Enhancement, in proc. of the America Control Conference, 1985, Detroit, USA, pp. 381-382.

F. Castaño y L. Fridman (2006), Analysis and Design of Integral Manifolds for Systems with Unmatched Perturbations, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 51, No. 5, pp. 853-858.

H. Khalil (2015), Nonlinear Control, Pearson Education, Upper Saddle River, New Jersey, ISBN: 978-0133499261.

J. Wen y X. Jian (2001), Nonlinear Integral type Sliding surface for both Matched and Unmatched Uncertain Systems, in Proc. American Control Conference, Arlington, USA, pp. 4369-374.

L. Fridman, A. Poznyak y F. Bejarano (2014), Robust Output LQ Optimal Control via Integral Sliding Modes, New York, NY, USA: Birkhäuser, ISBN: 2324-9749.



Continua Referencias

L. Fridman, J. Barbo, F. Plestan (2016), Recent Trends in Sliding Mode Control, London, IET.

M. Rubagotti, F. Castaño, A. Ferrara y L. Fridman (2011), Integral sliding mode control for nonlinear systems with matched and unmatched perturbations, IEEE Transactions on automatic control, pp. 2699-2704, vol. 56, No. 11.

M. Spong y M. Vidyasagar (1989), Robot Dynamics and Control, New York: Wiley, ISBN: 978-0-471-61243-8.

Roger Miranda Colorado, Carlos Chavez, y Luis T. Aguilar (2017), Integral Sliding Modes with Nonlinear H^∞ -Control for Time-Varying Minimum-Phase Underactuated Systems with Unmatched Disturbances, Mathematical Problems in Engineering, Volume 2017, Article ID 4876019.

R. Galvan Guerra, L. Fridman (2015), Robustification of time varying linear quadratic optimal control based on output integral sliding modes, IET Control Theory and Applications, vol. 9, no. 4, pp. 563-572.



Continua Referencias

R. Kelly, V. Santibañez y A. Loria (2005), Control of Robot Manipulators in Joint Space, London: Springer Verlag, ISBN: 1439-2232.

V. Utkin (1992), Sliding Modes in Control Optimization, Berlin: Springer-Verlag, ISBN: 3-540-53516-0.

V. Utkin, J. Guldner y J. Shi (2009), Sliding Modes Control in Electromechanical Systems, second edition, Automation and control engineering series, CRC Press, ISBN: 9781420065602.

Y. Orlov y L. Aguilar (2014), Advanced \mathcal{H}_∞ Control: Towards Nonsmooth Theory and Applications, New York: Birkhäuser, ISBN: 2324-9749.



ECORFAN®

© ECORFAN-Mexico, S.C.

No part of this document covered by the Federal Copyright Law may be reproduced, transmitted or used in any form or medium, whether graphic, electronic or mechanical, including but not limited to the following: Citations in articles and comments Bibliographical, compilation of radio or electronic journalistic data. For the effects of articles 13, 162,163 fraction I, 164 fraction I, 168, 169,209 fraction III and other relative of the Federal Law of Copyright. Violations: Be forced to prosecute under Mexican copyright law. The use of general descriptive names, registered names, trademarks, in this publication do not imply, uniformly in the absence of a specific statement, that such names are exempt from the relevant protector in laws and regulations of Mexico and therefore free for General use of the international scientific community. BCIERMMI is part of the media of ECORFAN-Mexico, S.C., E: 94-443.F: 008- (www.ecorfan.org/ booklets)